به نام خدا

کلیپ۱ ریاضی عمومی ۲

آموزشکده های فنی خوزستان

مدرس : جابر عامری

موضوع : بردار در فضای سه بعدی

❋❋❋

ردیف	سرفصل های درس ریاضی عمومی۲ رشته های فنی
۱	بردار در فضای سه بعدی ، معادلات خط و صفحه
۲	فضای مختصات و استوانه ها و رویه ها
۳	توابع چند متغیره
۴	مختصات قطبی
۵	انتگرال های دوگانه و کاربرد
۶	معادلات دیفرانسیل (مرتبه‌ی اوّل و دوّم)

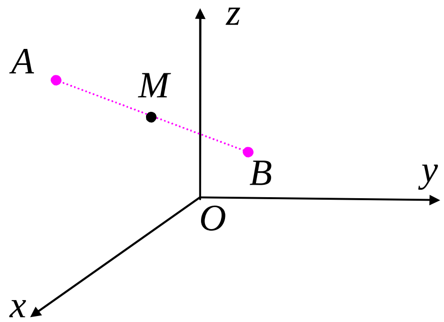
تا رفع مشکل تعطیلی کلاس های درس ، هفته ای دو کلیپ آموزشی و جزوه‌ی مرتبط ارسال می گردد.

❋❋❋

فاصله‌ی دو نقطه در فضا

فاصله‌ی دو نقطه‌ی $B(a_۲,b_۲,c_۲)$ و $A(a_۱,b_۱,c_۱)$ در فضا از رابطه‌ی زیر بدست می آید.

$$AB=\sqrt{(a_۲-a_۱)^۲+(b_۲-b_۱)^۲+(c_۲-c_۱)^۲}$$



حالت خاص : فاصله‌ی هر نقطه مانند $A(a,b,c)$ از مبدأ مختصات به صورت زیر است.

$$OA=\sqrt{a^۲+b^۲+c^۲}$$

***

مختصات نقطه ی وسط پاره خط

مختصات نقطه‌ی M وسط پاره خط AB در فضا از رابطه‌ی زیر بدست می آید.

$$x_M=\frac{a_۱+a_۲}{۲} \quad \text{و} \quad y_M=\frac{b_۱+b_۲}{۲} \quad \text{و} \quad z_M=\frac{c_۱+c_۲}{۲}$$

***

تمرین ۱ : اگر $A(۱,۰,۲)$ و $B(۳,۱,-۱)$ دو نقطه در فضای $R^۳$ باشند.

الف : مختصات نقطه‌ی M وسط پاره خط AB را بدست آورید.

ب : طول پاره خط AB را تعیین کنید.

حل :

$$x_M=\frac{a_۱+a_۲}{۲}=\frac{۱+۳}{۲}=۲$$

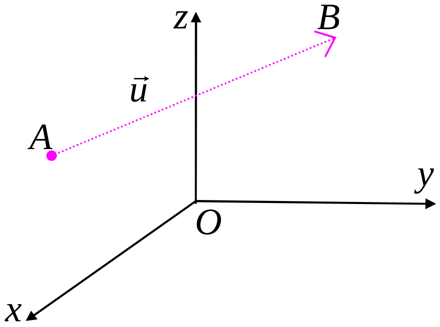
$$y_M=\frac{b_۱+b_۲}{۲}=\frac{۰+۱}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

$$z_M = \frac{c_۱ + c_۲}{۲} = \frac{۲ + (-۱)}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow M(۲\,,\frac{۱}{۲}\,,\frac{۱}{۲})$$

***

بردار ها در فضای $R^۳$



هر پاره خط جهت دار که ابتدای آن نقطه‌ی A و انتهای آن نقطه‌ی B باشد، را یک پیکان می نامند و آن را با $\overrightarrow{AB}$ یـا $\vec{u}$ نمایش می دهند.

اگر در پیکان $\overrightarrow{AB}$ نقاط A و B بر هم منطبـق باشـند،آن پیکان را پیکان صفر می نامند و آن را با نماد $\overrightarrow{O}$ نمایش می دهند.

هر پیکان دارای مختصاتی به صورت زیر است.

$$\overrightarrow{AB} = (a_۲ - a_۱\,,\,b_۲ - b_۱\,,\,c_۲ - c_۱)$$

طول پاره خط AB متناظر با پیکان $\overrightarrow{AB}$ را اندازه یا طول پیکـان $\overrightarrow{AB}$ مـی نامنـد و آن بـه صـورت $\|\overrightarrow{AB}\|$ نمایش می دهند. واضح است که:

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(a_۲ - a_۱)^۲ + (b_۲ - b_۱)^۲ + (c_۲ - c_۱)^۲}$$

نتیجه:

۱ : مختصات هر بردار با مختصات نقطه‌ی انتهایی آن برابر است.

۲ : اندازه‌ی بردار مکان نقطه‌ی $A(a,b,c)$ به صورت زیر است.

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{a^۲ + b^۲ + c^۲}$$

۳ : برای هر بردار $\vec{u}=(a,b,c)$ همواره داریم:

$$\|\vec{u}\|^{۲}=a^{۲}+b^{۲}+c^{۲}$$

۴ : هر بردار که انتهای آن مبدأ مختصات باشد را بردار صفر می نامند. لذا مختصات این بردار $\vec{o}=(۰,۰,۰)$ می باشد. توجه داشته باشید که اندازه‌ی بردار صفر برابر صفر است.

***

تمرین۲ : بردار $\vec{u}=(۱,۲,-۲)$ داده شده است.

الف : مختصات انتهایی بردار $\vec{u}$ را بدست آورید.

ب : اندازه‌ی بردار $\vec{u}$ را محاسبه کنید.

حل :

الف) $P(۱,۲,-۲)$

ب) $\|\vec{u}\|=\sqrt{a^{۲}+b^{۲}+c^{۲}}=\sqrt{(۱)^{۲}+(۲)^{۲}+(-۲)^{۲}}=\sqrt{۱+۴+۴}=\sqrt{۹}=۳$

***

پایان